සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය, කොළඹ 10 Ananda College, Colombo 10 Ananda College, Colombo 10 Ananda College, Colombo 10

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10	S	I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ජනවාරි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022 පෙබරවාරි

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි
Three hours

නම :...

උපදෙස් :

❋ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)

❋ **A කොටස**
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.

❋ **B කොටස**
ප්‍රශ්න **පහකට පමණක්** පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.

❋ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටස, **B** කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

❋ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස **පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

Ananda College Maths Section Exam Management Unit.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය අනුව, සියළු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\frac{n^3}{3}+\frac{2n}{3}$ නිඛිලයක් බව සාධනය කරන්න.

02. එකම රූප සටහනක $y=|2x-5|$ හා $y=|6x+1|-3$ ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. එනයින් $|3x+1|-|x-5|<3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්වික අගයන් සොයන්න.

Ananda College Maths Section Exam Managment Unit.

03. $\text{Arg}\,(Z)=\dfrac{\pi}{6}$ හා $\text{Arg}\,(Z-4)=\dfrac{\pi}{3}$ වන පරිදි වූ $Z=Z_0$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපනය කරන ලක්ෂ්‍යය ලබාගෙන $\text{Arg}\left[Z_0-(6-2\sqrt{3})\right]$ හි පථය නිර්මාණය කරන්න. එනයින් $\text{Arg}\left[Z_0-(6-2\sqrt{3})\right]$ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

04. $\left(\sqrt{5}+2\right)^6+\left(\sqrt{5}-2\right)^6=5778$ බව පෙන්වන්න. එනයින් $\left(\sqrt{5}+2\right)^6$ හි අගයේ නිඛිලමය කොටස සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Ananda College Maths Section Exam Managment Unit.

05. $\lim_{x \to 0} \dfrac{x^4 \tan 2x}{\left[\sqrt{x+5}-\sqrt{5}\right]\left[1-\cos 2x\right]^2} = \sqrt{5}$ බව පෙන්වන්න.

06. $y = x^2 - 4x + 7$ හා $y = -x^2 + 4x - 7$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූප සටහනක අඳින්න. එනයින් $y = x^2 - 4x + 7,\ y = -x^2 + 4x - 7,\ x = 0$ හා $x = 4$ රේඛාවලින් ආවෘත වර්ගඵලය x අක්ෂය වටා π කෝණයකින් භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන ඝන වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.

Ananda College Maths Section Exam Managment Unit.

07. $x = 5\cos\theta,\ y = 4\sin\theta$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍රය C යයි ගනිමු. C වක්‍රයට $\theta = \frac{\pi}{4}$ ට අනුරූප ලක්ෂයේදී වූ අභිලම්භයට, C වක්‍රය නැවත $\theta = \alpha$ අනුරූප ලක්ෂයේදී හමුවේ.
$16\sqrt{2}\sin\alpha - 25\sqrt{2}\cos\alpha + 9 = 0$ බව පෙන්වන්න.

08. කේන්ද්‍රය මූල ලක්ෂය වන්නා වූද, අරය ඒකක 5 ක් වූද $S_1 = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න. x අක්ෂය හා y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන්නා වූද අරය ඒකක 5 ක් වූද පළමු වෘත්ත පාදය තුළ කේන්ද්‍රය වන්නා වූද $S_2 = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය ලියන්න.

$S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ වෘත්තවල ඡේදන ලක්ෂ හරහා යමින් කේන්ද්‍රය පොදු ජ්‍යාය මත පිහිටන්නා වූ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

Ananda college Maths Section Exam Managment Unit.

09. $A \equiv (-5, 3)$, $B \equiv (3, 7)$ යැයි ගනිමු. $AB = 2\,CD$ වන පරිදි හා ACBD රොම්බසයක් වන පරිදි C හා D ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

10. $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2x+1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4x+1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{x^2}\right)$ විසඳන්න.

Ananda College Maths Section Exam Managment Unit.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

ආනන්ද විද්‍යාලය, කොළඹ 10 Ananda College, Colombo 10

ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ජනවාරි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022 පෙබරවාරි

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

✷ **B** කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) $ax^2+2bx+c=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α හා β ද $px^2+2qx+r=0$ සමීකරණයේ මූල $\alpha+h, \beta+h$ ද වේ. $\dfrac{b^2-ac}{q^2-pr}=\dfrac{a^2}{p^2}$ බව පෙන්වන්න.

$f(x)=x^2+x+A$ හා $g(x)=x^2-5x+B$ ලෙස වූ වර්ගජ ශ්‍රිත දෙකකි. $g(x)=0$ හි එක් එක් මූලයන් $f(x)=0$ හි එක් එක් මූලයන්ට වඩා k නියත අගයකින් වැඩි වේ. තවද $g(x)=0$ හි මූල දෙකින් එකක් අනෙක් මූලය මෙන් හතර ගුණයක් විශාල වේ. $f(x)=0$ හා $g(x)=0$ හි මූල සොයන්න. තවද A හා B සොයා $f(x)$ හා $g(x)$ ලියා දක්වන්න.

(b) $f(x)=x^3+ax^2+(5-k^2)x+b+2k^2=0$ යයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ. k යනු නියතයකි. $(x-2)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ. $f(x)$ යන්න $(x-1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය k^2-36 නම් a හා b වල අගයයන් සොයන්න.

$f(x)$ ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න. තවද $x>2$ වන පරිදි වූ සියලු තාත්වික x සඳහා $f(x)>0$ වන k හි අගය පරාසය සොයන්න.

12. (a) එක්තරා සමාගමක ප්‍රධාන කාර්යාලය හා එහි ශාඛා 6 ක සේවකයන් එකතු වී තම සමූහයේ සංගමයක් පිහිටවන ලදී. එම සංගමයේ නිලධාරී මණ්ඩලය පත් කිරීම සඳහා ප්‍රධාන කාර්යාලය හා ශාඛා 6 යන ආයතන 7 න් එක එකකින් A, B, C, D, E ක්ෂේත්‍ර 5 කින් පුද්ගලයින් 3 දෙනෙකු බැගින් ඉදිරිපත් කරයි. ඔවුන් අතරින් 5 දෙනෙක් නිලධාරී මණ්ඩලය සඳහා තෝරාගනු ලැබේ.

පහත අවස්ථාවලදී සෑදිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් මණ්ඩල ගණන සොයන්න.

(i) සෑම ක්ෂේත්‍රයකින්ම පුද්ගලයින් 1 බැගින් වන පරිදි

(ii) එක් ආයතනයකින් එක් අයෙකුට වැඩියෙන් ඇතුළත් නොවන පරිදි

(iii) ප්‍රධාන කාර්යාලය නියෝජනය කරමින් දෙදෙනෙකු අනිවාර්යයෙන් ඇතුළත් වන පරිදි

(iv) විශේෂිත ශාඛා කාර්යාල දෙකකින් පුද්ගලයින් තෝරා නොගන්නා විට ඕනෑම ක්ෂේත්‍ර 2 කින් පමණක් පුද්ගලයින් තෝරා ගන්නා පරිදි

Ananda College Maths Section Exam Management Unit.

(b) 7, 19, 37, ... යනු r වැනි පදය, r වල වර්ගජ ශ්‍රිතයක් වන අනුක්‍රමයකි. එම r වැනි පදය සොයන්න.

$\frac{7}{(1^3+1)(2^3+1)}+\frac{19}{(2^3+1)(3^3+1)}+\frac{37}{(3^3+1)(4^3+1)}+$.......... වන ශ්‍රේණියේ r වැනි පදය වන U_r ලියා දක්වන්න.

$U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි f(r) ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{n} U_r$ සොයන්න.

$n \to \infty$ විට $\sum_{r=1}^{n} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද යන්න හේතු සහිතව දක්වන්න.

$n \to \infty$ විට $\sum_{r=1}^{n} U_r$ ශ්‍රේණියේ ඓක්‍යය සොයන්න.

තවද, $\sum_{r=1}^{2n} U_r - \sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{\left[(n+1)^3+1\right]} - \frac{1}{\left[(2n+1)^3+1\right]}$ වන බව පෙන්වන්න.

Ananda College Maths Section Exam Managment Unit.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} -5 & 10 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ යයි ගනිමු.

$D = BA^T - C$ වන සේ D න්‍යාසය සොයන්න.

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ නම් f(D) සොයන්න. f(D) = E ලෙස ගනිමු.

(i) E න්‍යාසය සමමිතික හා කුටික සමමිතික න්‍යාස දෙකක එකතුවක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

(ii) E^{-1} සොයන්න.

(b) Z, Z_1, Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

(i) $|Z|^2 = Z\overline{Z}$

(ii) $|Z_1 Z_2| = |Z_1|\,|Z_2|$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) ABCD රොම්බසයේ දක්ෂිණාවර්ත දිශාවල අනුපිළිවෙලින් ගත් ශීර්ෂ මගින් Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපනය වේ. $C\hat{B}A = \frac{2\pi}{3}$

$\frac{Z_3 - Z_2}{Z_1 - Z_2}$ හි අගය සොයන්න.

$2\sqrt{3}\, Z_2 = \left(\sqrt{3} - i\right) Z_1 + \left(\sqrt{3} + i\right) Z_3$ බව පෙන්වන්න.

(c) $Z=\dfrac{1+7i}{(2-i)^2}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි $r>0,\ \dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$ වේ.

r හා θ නිර්ණය කළයුතු අගයන් වේ. ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $Z^{\frac{17}{3}}$ හි අගය සොයන්න.

එනයින්, $\left(Z^{\frac{17}{3}}-\dfrac{1}{Z^{\frac{17}{3}}}\right)^2$ හි අගය සොයන්න.

14. (a) $x\neq 0,\ x\neq 2$ සඳහා $f(x)=\dfrac{(x-3)(x+1)}{x(x-2)}$ යයි ගනිමු.

$f(x)=A+\dfrac{B}{x(x-2)}$ වන පරිදි A හා B නියත නිර්ණය කරන්න.

එමගින් $f(x)$ ශ්‍රිතයේ පළමු ව්‍යුත්පන්නය වන $f'(x)$ නිර්ණය කර $f(x)$ ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය හා එහි ස්වභාවයද, $f(x)$ වැඩිවන හා අඩුවන ප්‍රාන්තරද වෙන් වෙන්ව දක්වන්න.
$f(x)$ ශ්‍රිතයේ දෙවන ව්‍යුත්පන්නය සොයා ශ්‍රිතයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය පවතී දැයි නිර්ණය කරන්න.
එනයින් ශ්‍රිතයේ අවතලතාවය නිර්ණය කරන්න.
ස්පර්ශෝන්මුඛ හා අවධි ලක්ෂ්‍ය සියල්ල දක්වමින් $y=f(x)$ ශ්‍රිතයේ දළ සටහන අඳින්න.

(b) මීටර් 30 ක් දිග කම්බියකින් සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සහ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සෑදිය යුතුව ඇත්තේ සෘජුකෝණාස්‍රයේ පැත්තක දිග එහි පළල මෙන් තුන් ගුණයක් වන පරිදිය. සංයුක්ත සෘජුකෝණාස්‍රයේ හා ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අවම වන පරිදි ලබාගත යුතු සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග සොයන්න.

15. (a) $x=\dfrac{1}{2}(1+\sin\theta)$ ආදේශය භාවිතයෙන්,

$\displaystyle\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}}\frac{x}{\sqrt{x-x^2}}\,dx=\frac{1}{2}\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}(1+\sin\theta)\,d\theta$ බව පෙන්වා, එනයින් $\displaystyle\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}}\frac{x}{\sqrt{x-x^2}}\,dx$ අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\displaystyle\int_0^{2\pi}e^x.\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)dx=\frac{-3\sqrt{2}}{5}\left(e^{2\pi}+1\right)$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\displaystyle I=\int_0^{a}\frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)}\,dx$

සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $I=\dfrac{a}{2}$ බව පෙන්වන්න. එනයින් පහත ඒවායේ අගය සොයන්න.

(i) $\displaystyle\int_0^{1}\frac{\ell n\,(x+1)}{\ell n(2+x-x^2)}\,dx$

(ii) $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\frac{\sin x}{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}\,dx$

Ananda College Maths section Exam Management Unit.

16. (a) $ax + by + c = 0$ රේඛාවට (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති ලම්බක දුර $\dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ වෘත්තය හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය වීම සඳහා අවශ්‍යතාවය ලියා දක්වන්න.

(c) $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$ වෘත්ත දෙකේ සාපේක්ෂ පිහිටීම සොයන්න. මෙම වෘත්ත දෙකට ඇඳිය හැකි පොදු ස්පර්ශකවල සමීකරණ ලබාගන්න. S වෘත්තය මගින් S_1 හා S_2 ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන අතර මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. S හි සමීකරණය සොයන්න.

S_1 හා S_2 හි පොදු ජ්‍යාය ද S_1 හා S හි පොදු ජ්‍යාය ද, S_2 හා S හි පොදු ජ්‍යාය ද සොයා ඒවා සංගාමී බව පෙන්වන්න.

17. (a) $\tan x + \tan\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \dfrac{2\pi}{3}\right) = 3$ නම්, $\tan 3x = 1$ බව පෙන්වන්න.

(b) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් සයින් නීතිය හා කෝසයින නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක CD මධ්‍යස්ථයකි. $A\hat{D}C = \alpha$ වන අතර ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය Δ වේ නම්, $b \sin A = a \sin B$ බවද $\dfrac{2c\cos\alpha}{a^2 - b^2} = \dfrac{c\sin\alpha}{2\Delta} = \dfrac{1}{CD}$ බවද පෙන්වන්න.

(c) $f(x) = \sin^4 x + \cos^2 x \; ; x \in \mathbb{R}$ නම් $f(x)$ යන්න $A + B \cos kx$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. A, B හා k යන්න නිර්ණය කළයුතු නියත වෙයි.

තවද $\dfrac{3}{4} \le f(x) \le 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\dfrac{-\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{3}$ සඳහා $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

❖❖❖

Ananda College Maths Section Exam Management Unit